

PRUEBAS DE ACCESO A LA UNIVERSIDAD PARA EL ALUMNADO DE
BACHILLERATO
206 MATEMÁTICAS II. JUNIO 2019

OBSERVACIONES IMPORTANTES: El alumno deberá responder a todas las cuestiones de una de las opciones A o B. No está permitido utilizar calculadoras programables ni que realicen cálculo simbólico, integrales o gráficas.

OPCIÓN A: No es necesario responder a las cuestiones en el mismo orden en que están enunciadas.

A.1: Considere el siguiente sistema de ecuaciones en función del parámetro a :

$$\begin{cases} x + y + az = 1 \\ x + ay + z = a \\ ax + y + z = a+3 \end{cases}$$

- [1 p.]** Determine para qué valores de a el sistema tiene solución única. Si es posible, calcule dicha solución para $a = 0$.
- [1 p.]** Determine para qué valor de a el sistema tiene infinitas soluciones y resuélvalo en ese caso.
- [0,5 p.]** Determine para qué valor de a el sistema no tiene solución.

A.2: a) **[1,5 p.]** Calcule la integral indefinida $\int x^2 \cos x \, dx$.

- [1 p.]** Determine el área del recinto limitado por el eje OX, las rectas verticales $x = 0$ y $x = \pi$, y la gráfica de la función $f(x) = x^2 \cos x$.

A.3: Los puntos $A = (3,0,0)$, $B = (0,3,0)$ y $C = (0,0,3)$ son tres de los vértices de un tetraedro. El cuarto vértice D está contenido en la recta r que pasa por el punto $P = (1,1,1)$ y es perpendicular al plano π que contiene a los puntos A , B y C .

- [0,5 p.]** Calcule la ecuación del plano que contiene a los puntos A , B y C .
- [0,5 p.]** Calcule la ecuación de la recta r que pasa por el punto $P = (1,1,1)$ y es perpendicular al plano π .
- [1,5 p.]** Calcule las coordenadas del vértice D sabiendo que el volumen del tetraedro es 18.

A.4: (En este ejercicio trabaje con 4 decimales, redondeando el resultado al cuarto decimal).

El tiempo de duración de las bombillas de una cierta marca, medido en horas, sigue una distribución normal de media μ y desviación típica σ . Se sabe que el 69,50% de las bombillas duran menos de 5061,2 horas, y que el 16,60% de de las bombillas duran más de 5116,4 horas.

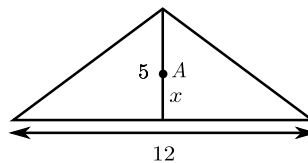
- [1 p.]** ¿Cuál es la probabilidad de que una bombilla de esta marca dure entre 5061,2 y 5116,4 horas?
- [1,5 p.]** Calcule la media y la desviación típica de esta distribución normal.

OPCIÓN B: No es necesario responder a las cuestiones en el mismo orden en que están enunciadas.

B.1: Considere la matriz $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

- [1 p.]** Calcule las potencias sucesivas A^2 , A^3 y A^4 .
- [0,5 p.]** Calcule la expresión general de A^n para cualquier valor de $n \in \mathbb{N}$.
- [1 p.]** Determine si existe la inversa de A . En caso afirmativo, calcúlela.

B.2: Considere un triángulo isósceles cuya base de 12 cm es el lado desigual y cuya altura es de 5 cm. Se quiere determinar un punto A situado sobre la altura a una distancia x de la base de manera que la suma de las distancias del punto A a los tres vértices del triángulo sea mínima. Observe la figura:



- [0,5 p.]** Demuestre que la suma de las distancias del punto A a los tres vértices del triángulo viene dada por la expresión $f(x) = 5 - x + 2\sqrt{x^2 + 36}$.
- [1,5 p.]** Calcule el valor de x para que la suma de las distancias sea mínima.
- [0,5 p.]** Calcule dicha cantidad mínima.

B.3: Considere las siguientes rectas:

$$r: \frac{x-5}{1} = \frac{y-6}{1} = \frac{z+1}{1}$$

$$s: \frac{x-1}{1} = \frac{y}{1} = \frac{z+1}{-1}$$

- [1 p.]** Estudie la posición relativa de ambas rectas.
- [1,5 p.]** En caso de que las rectas se corten, calcule el plano que las contiene y el ángulo que forman ambas rectas. En caso de que las rectas se crucen, calcule la perpendicular común a ambas rectas.

B.4: (En este ejercicio trabaje con 4 decimales, redondeando el resultado al cuarto decimal).

La probabilidad de que un determinado equipo de fútbol gane cuando juega en casa es $\frac{2}{3}$, y la probabilidad de que gane cuando juega fuera es $\frac{2}{5}$.

- [1 p.]** Sin saber dónde jugará el próximo partido, calcule la probabilidad de que gane.
- [1,5 p.]** Si ganó el último partido del campeonato, ¿cuál es la probabilidad de que jugara en casa?